

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
А. ОСНОВЫ АЛГЕБРЫ ВЕКТОРОВ И МАТРИЦ	5
1. Решение систем линейных уравнений	5
1.1. Линейные уравнения	5
1.2. Системы линейных уравнений	7
1.3. Разрешенные системы линейных уравнений	9
1.4. Преобразование систем линейных уравнений	12
1.5. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса	17
2. n-мерные векторы	22
2.1. Линейные операции над n -мерными векторами	22
2.2. Скалярное произведение и длина n -мерных векторов	24
2.3. Угол между n -мерными векторами	26
2.4. Разложение вектора по системе векторов	29
2.5. Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов	33
2.6. Базисы системы векторов	39
2.7. Ранг системы векторов	44
2.8. Базис и размерность n -мерного пространства	49
2.9. Ортогональные системы векторов	51
3. Матрицы	56
3.1. Понятие матрицы	56
3.2. Умножение матрицы на вектор	58
3.3. Действия с матрицами	59
3.4. Обратная матрица	64
3.5. Ранг матрицы	69
4. Определители квадратных матриц	72
4.1. Понятие и вычисление определителей матриц	72
4.2. Свойства определителей	77
4.3. Миноры и алгебраические дополнения	80
4.4. Разложение определителя матрицы по элементам строки или столбца	83
5. Теория систем линейных уравнений	88
5.1. Теорема Кронекера–Капелли	88
5.2. Системы линейных уравнений с квадратной матрицей	89
5.3. Однородные системы линейных уравнений	93

5.4. Общее решение системы уравнений в векторной форме	97
6. Прямые и плоскости	101
6.1. Уравнение фигуры	101
6.2. Уравнения прямой на плоскости	104
6.3. Полуплоскости	109
6.4. Уравнение плоскости	111
6.5. Полупространства	116
6.6. Уравнения прямой в пространстве	119
6.7. n -мерное точечное пространство T^n	123
6.8. Прямая и гиперплоскость в пространстве T^n	125
6.9. Полупространства пространства T^n	129
7. Собственные значения и собственные векторы	131
7.1. Собственные значения матрицы	131
7.2. Собственные векторы матрицы	132
7.3. Свойства собственных векторов матрицы	134
7.4. Базис пространства R^n из собственных векторов матрицы	136
7.5. Собственные векторы симметрической матрицы	137
8. Квадратичные формы	140
8.1. Суммирование	140
8.2. Понятие квадратичной формы	142
8.3. Канонический базис квадратичной формы	144
8.4. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы	147
<i>Список литературы</i>	<i>150</i>

В. ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

1. Множества. Операции над множествами. Отношения	151
1.1. Множества и операции над множествами	151
1.2. Числовые множества. Грани множеств. Множества в R^n	157
1.3. Соответствие множеств. Счетные и несчетные множества	162
1.4. Отношения. Отношения тождества и упорядоченности	170
2. Функции одной переменной. Пределы числовых последовательностей	175
2.1. Функции и их задание	175
2.2. Числовые последовательности и пределы	179
2.3. Свойства сходящихся последовательностей	182
2.4. Пределы композиций последовательностей. Композиции с неопределенностью	183
2.5. Признаки существования предела. Первый и второй замечательные пределы	185

3. Виды функций. Предел функции. Непрерывность и разрывы функций	192
3.1. Определение монотонных функций, композиций и суперпозиций функций	192
3.2. Предел функции и его свойства. Непрерывные функции. Типы разрывов	193
3.3. Теоремы о непрерывных функциях	200
4. Производные и дифференциалы. Исследование функций	206
4.1. Сравнение бесконечно малых. Производная и ее смысл	206
4.2. Производные композиции, суперпозиции функций и обратной функции	212
4.3. Прикладной смысл производной. Эластичность функции	215
4.4. Дифференциалы функций	218
4.5. Производные и дифференциалы высших порядков	220
4.6. Теоремы о дифференцируемых функциях	222
4.7. Многочлен Тейлора и формула Тейлора	231
4.8. Понятия экстремума, перегиба и локальной выпуклости	233
4.9. Исследование функций с помощью производных	240
5. Функции n переменных. Непрерывность и дифференцируемость функции	246
5.1. Задание функции в области R^n . Пределы и непрерывность функций n переменных	246
5.2. Частные приращения и частные производные функции. Полный дифференциал	256
5.3. Частные производные и полные дифференциалы высшего порядка	266
5.4. Условия существования экстремума и выпуклости функции многих переменных	270
6. Неопределенный интеграл и его исчисление	276
6.1. Первообразная и ее связь с неопределенным интегралом. Свойства неопределенного интеграла	276
6.2. Методы вычисления неопределенного интеграла	278
6.3. Интегрирование рациональных (дробных), тригонометрических и иррациональных выражений	281
7. Определенный интеграл	287
7.1. Интегральные суммы и их пределы	287
7.2. Свойства определенного интеграла	289
7.3. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона–Лейбница	294
7.4. Приложение определенного интеграла	297
8. Несобственные интегралы	301
8.1. Интегрирование неограниченных функций	301

8.2. Интегрирование по бесконечному промежутку	302
8.3. Несобственные интегралы от положительных функций. Признаки сравнения	304
9. Кратные интегралы и их исчисление	307
9.1. Постановка задачи интегрирования функции многих переменных	307
9.2. Свойства n -кратного интеграла	309
9.3. Геометрический смысл и сведение двойного и n -кратного интеграла к повторному	313
10. Положительные и знакопеременные числовые ряды	320
10.1. Понятие ряда и его сходимости. Свойства сходящихся рядов	320
10.2. Признаки сходимости положительных рядов	323
10.3. Знакопеременные ряды	327
11. Функциональные ряды	331
11.1. Равномерная сходимость функционального ряда	331
11.2. Свойства равномерно сходящихся рядов	333
11.3. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда	337
11.4. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов	339
11.5. Ряды Тейлора и Маклорена	340
11.6. Ряды Фурье	345
12. Дифференциальные уравнения	352
12.1. Основные понятия и определения	352
12.2. Дифференциальные уравнения первого порядка	355
12.3. Уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка	360
12.4. Решение дифференциального уравнения $y^{(n)} = f(x)$	363
12.5. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка	364
12.6. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами	366
13. Основные задачи аппроксимации функций	371
13.1. Задача численного интерполирования. Многочлены Лагранжа и Ньютона	371
13.2. Численное интегрирование дифференциальных уравнений методом Эйлера	376
13.3. Вычисление определенных интегралов методом трапеций и парабол	379
13.4. Итерационные методы решения функциональных уравнений	383
13.5. Построение многочлена наилучшего приближения	390
14. Метрическое и нормированное пространства	395
14.1. Задание метрического пространства	395

14.2. Определение нормированного пространства. Связь нормированности и метричности	397
14.3. Пределы в метрическом пространстве. Фундаментальные последовательности	406
14.4. Сжимающее отображение. Теорема Банаха о неподвижной точке	414
14.5. Приложения теоремы Банаха	417
<i>Список литературы</i>	422

С. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

С. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА	423
I. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ	423
1. Вероятность события	423
1.1. Случайные события	423
1.2. Алгебра событий	424
1.3. Классическое и статистическое определения вероятности события	424
2. Теоремы сложения и умножения вероятностей	427
2.1. Теорема сложения вероятностей несовместных событий	427
2.2. Условная вероятность	427
2.3. Теорема умножения вероятностей	428
2.4. Теорема сложения вероятностей совместных событий	429
3. Основные формулы для вероятностей событий	431
3.1. Формула полной вероятности	431
3.2. Формула Байеса	432
3.3. Формула Бернулли	433
3.4. Формула Пуассона	433
4. Дискретные случайные величины	436
4.1. Виды случайных величин	436
4.2. Распределение дискретной случайной величины	436
4.3. Математическое ожидание и его свойства	437
4.4. Дисперсия и ее свойства	440
4.5. Математическое ожидание и дисперсия числа появлений события в независимых испытаниях	442
4.6. Начальные и центральные моменты	443
5. Непрерывные случайные величины	445
5.1. Функция и плотность распределения вероятностей. Квантиль	445
5.2. Математическое ожидание и дисперсия. Мода и медиана. Моменты	446
5.3. Равномерное распределение	448

5.4. Экспоненциальное распределение	449
5.5. Нормальное распределение. Функция Лапласа	450
6. Системы случайных величин	455
6.1. Распределение двумерной случайной величины	455
6.2. Ковариация и коэффициент корреляции	457
6.3. Линейная регрессия	457
7. Предельные теоремы теории вероятностей	460
7.1. Закон больших чисел	460
7.2. Центральная предельная теорема	462
II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА	463
8. Выборка и ее распределение	463
8.1. Выборочная и генеральная совокупности. Типы выборок	463
8.2. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения	464
8.3. Полигон частот и гистограмма	466
9. Статистические оценки	468
9.1. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки	468
9.2. Выборочная средняя и выборочная дисперсия	469
9.3. Анализ смещенности выборочной средней и выборочной дисперсии	470
9.4. Начальный и центральный эмпирические моменты	472
9.5. Число степеней свободы	473
9.6. Точечная и интервальная оценки. Доверительный интервал	475
9.7. Метод моментов для точечной оценки параметров распределения	475
9.8. Метод наибольшего правдоподобия для точечной оценки параметров распределения	476
9.9. Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения	478
9.10. Основные законы распределения статистических оценок	480
9.11. Доверительный интервал для оценки среднего квадратичного отклонения нормального распределения	482
10. Проверка статистических гипотез	485
10.1. Статистическая гипотеза. Ошибки первого и второго рода	485
10.2. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы	486
10.3. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей	487

10.4. Проверка гипотезы о распределении генеральной совокупности. Критерий Пирсона	489
11. Регрессионный анализ	492
11.1. Выборочные уравнения регрессии	492
11.2. Отыскание параметров выборочного уравнения линейной регрессии по несгруппированным данным	493
11.3. Отыскание параметров выборочного уравнения линейной регрессии по сгруппированным данным	496
12. Дисперсионный анализ	503
12.1. Понятие о дисперсионном анализе	503
12.2. Факторная и остаточная дисперсии	503
Приложение 1	507
Приложение 2	510
Приложение 3	511
Приложение 4	512
Приложение 5	513
Приложение 6	514
Список литературы	515
D. ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ	516
1. Общая задача линейного программирования	516
1.1. Задачи математического и линейного программирования	516
1.2. Математические модели простейших экономических задач	518
1.3. Каноническая форма задачи линейного программирования	521
1.4. Приведение общей задачи линейного программирования к канонической форме	522
2. Графический метод решения задач линейного программирования	525
2.1. Задача с двумя переменными	525
2.2. Графический метод решения задач линейного программирования с n переменными	529
3. Свойства решений задач линейного программирования	532
3.1. Многоугольники и многогранники	532
3.2. Экстремум целевой функции	535
3.3. Опорное решение задачи линейного программирования, его взаимосвязь с угловыми точками	536
4. Симплексный метод решения задач линейного программирования	540
4.1. Нахождение начального опорного решения и переход к новому опорному решению	540

4.2. Преобразование целевой функции при переходе от одного опорного решения к другому	544
4.3. Улучшение опорного решения	546
4.4. Алгоритм симплексного метода	548
4.5. Метод искусственного базиса	551
4.6. Особенности алгоритма метода искусственного базиса	555
5. Теория двойственности	561
5.1. Виды математических моделей двойственных задач	561
5.2. Общие правила составления двойственных задач	563
5.3. Первая теорема двойственности	566
5.4. Вторая теорема двойственности	573
5.5. Двойственный симплексный метод	577
5.6. Алгоритм двойственного симплексного метода	583
5.7. Постоптимальный анализ	588
6. Транспортная задача линейного программирования	597
6.1. Формулировка транспортной задачи	597
6.2. Математическая модель транспортной задачи	598
6.3. Необходимое и достаточное условия разрешимости транспортной задачи	602
6.4. Свойство системы ограничений транспортной задачи	603
6.5. Опорное решение транспортной задачи	605
6.6. Методы построения начального опорного решения	607
6.7. Переход от одного опорного решения к другому	612
6.8. Распределительный метод	614
6.9. Метод потенциалов	617
6.10. Особенности решения транспортных задач с неправильным балансом	619
6.11. Алгоритм решения транспортной задачи методом потенциалов	622
6.12. Транспортная задача с ограничениями на пропускную способность	629
6.13. Транспортная задача по критерию времени	633
6.14. Применение транспортной задачи для решения экономических задач	636
7. Целочисленное программирование	638
7.1. Метод Гомори	638
7.2. Метод ветвей и границ	643
<i>Список литературы</i>	<i>647</i>