

Содержание

Введение

ЧАСТЬ 1 ОСНОВЫ ЛИНЕЙНОЙ

АЛГЕБРЫ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Тема 1. ВЕКТОРЫ И МАТРИЦЫ В ЭКОНОМИКЕ	6
1.1. ВЕКТОРЫ И ДЕЙСТВИЯ С НИМИ	6
1. Начальные сведения о векторах	6
2. Действия с векторами	7
3. Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов	9
4. Пространство товаров, вектор цен	11
Задачи	11
1.2. МАТРИЦЫ И ДЕЙСТВИЯ С НИМИ	12
1. Начальные сведения о матрицах	12
2. Действия с матрицами	13
3. Технологическая матрица и задача оптимального планирования	15
4. Матрицы и линейные преобразования	17
Задачи	18
1.3. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ [СЛАУ]	20
1. Начальные сведения о СЛАУ	20
2. Векторная и матрично-векторная запись СЛАУ	21
3. Определитель матрицы	23
4. Решение СЛАУ с помощью определителей	24
5. Обратная матрица	25
Задачи	26
Тема 2. ЛИНИИ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ	28
2.1. ПРЯМЫЕ ЛИНИИ НА ПЛОСКОСТИ. ПЛОСКОСТИ И ПРЯМЫЕ ЛИНИИ В ПРОСТРАНСТВЕ	29
1. Прямая линия на плоскости, различные виды уравнений прямой	29
2. Линейные функции спроса и предложения, определение равновесной цены	31
3. Бюджетное множество	31
4. Плоскости и прямые линии в пространстве	33
Задачи	34
2.2. ВАЖНЕЙШИЕ КРИВЫЕ 2-ГО ПОРЯДКА. ПОЛЯРНАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ	35
1. Важнейшие кривые 2-го порядка	36
2. Оптические и геометрические свойства кривых 2-го порядка	38
3. Полярная система координат	39
4. Параметрические уравнения линии	41
Задачи	41
Тема 3. ЛИНЕЙНЫЕ МОДЕЛИ В ЭКОНОМИКЕ	43
3.1. ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ	43
1. Задача оптимального планирования	43
2. Некоторые общие сведения о линейном программировании	44
3. Решение задач ЛП с двумя переменными графическим методом	46
4. Задачи целочисленного ЛП	48
Задачи	48
3.2. ДВОЙСТВЕННОСТЬ В ЛИНЕЙНОМ ПРОГРАММИРОВАНИИ	50
1. Задача торга	50
2. Симметричная пара двойственных задач	51
3. Теоремы двойственности	52
4. Экономическое содержание теории двойственности	54
Задачи	56

3.3. МОДЕЛИ ЛЕОНТЬЕВА И НЕЙМАНА.....	58
1. Модель Леонтьева	58
2. Теория трудовой стоимости Маркса в модели Леонтьева	60
3. Модель Неймана	62
Задачи.....	63
Тема 4. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ И ФУНКЦИИ, ПРЕДЕЛЫ	
И НЕПРЕРЫВНОСТЬ	64
4.1. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ	64
1. Элементы теории множеств	64
2. Последовательности.....	65
3. Предел последовательности и сумма ряда	68
4. Паутинообразная модель рынка.....	68
5. Прямые и полные затраты в модели Леонтьева	69
Задачи	70
4.2. ФУНКЦИИ.....	71
1. Общее понятие функции	71
2. Некоторые функциональные зависимости, используемые в экономике	72
3. Элементарные функции.....	73
4. Свойства функций одного переменного	75
Задачи.....	75
4.3. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИЙ.....	78
1. Определение предела функции	78
2. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.....	79
3. Основные свойства пределов.....	80
4. Первый и второй замечательные пределы	80
Задачи.....	81
4.4. НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ	82
1. Определение непрерывности функции. Точки разрыва.....	83
2. Свойства непрерывных функций	84
3. Экономическая интерпретация непрерывности.....	85
Задачи.....	86
Тема 5. ПРОИЗВОДНАЯ И ДИФФЕРЕНЦИАЛ, ПРЕДЕЛЬНЫЕ	
ВЕЛИЧИНЫ В ЭКОНОМИКЕ	87
5.1. ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ.....	87
1. Определение производной функции, ее физический	
и геометрический смысл	87
2. Применение производной в экономике	89
3. Правила дифференцирования (нахождения производных функций).....	90
Задачи.....	91
5.2. СВОЙСТВА ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ	93
1. Теоремы о дифференцируемых функциях	93
2. Дифференциал функции	94
3. Формула и многочлен Тейлора.....	96
Задачи.....	97
Тема в. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ, ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ	97
6.1. ЭКСТРЕМУМЫ ФУНКЦИЙ И ИХ НАХОЖДЕНИЕ.....	97
1. Экстремум функции и его нахождение	97
2. Формула Уилсона	98
3. Теория одноресурсной фирмы.....	99
4. Прибыль фирмы и объем поступления налогов государству	
при данной налоговой ставке	102
5. Экстремумы выпуклых и вогнутых функций	103
Задачи.....	103
6.2. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ, ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ	104
1. Возрастание и убывание функций	104
2. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба.....	104
3. План исследования функции и построения ее графика.....	105
4. Нахождение нулей функции, приближенное решение уравнений	106
Задачи	107

**ЧАСТЬ 2 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ С
ЭКОНОМИЧЕСКИМИ ПРИЛОЖЕНИЯМИ**

Тема 7. ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ И МНОГОМЕРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА	109
7.1. ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ	109
1. Определение функции многих переменных	109
2. Способы задания функции многих переменных	110
3. Некоторые многомерные функции, используемые в экономике	112
Задачи	113
7.2. МНОГОМЕРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА	114
1. Иерархия пространств	114
2. Евклидово пространство	115
3. Топология евклидова пространства	117
4. Свойства функций, заданных в евклидовом пространстве	119
Задачи	121
Тема 8. ЧАСТНЫЕ ПРОИЗВОДНЫЕ	122
8.1. ЧАСТНЫЕ ПРОИЗВОДНЫЕ ФУНКЦИЙ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ	122
1. Частные производные	122
2. Частные производные 2-го и высших порядков	123
3. Экономический смысл частных производных	124
Задачи	125
8.2. ДИФФЕРЕНЦИАЛ ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ, ПРОИЗВОДНАЯ ПО НАПРАВЛЕНИЮ	127
1. Дифференцируемость функций нескольких переменных	127
2. Геометрический смысл 1-го дифференциала	128
3. Производная по направлению, градиент функции	129
4. Линеаризация сложных зависимостей	130
5. Дифференциальные свойства функции полезности	131
Задачи	132
Тема 9. ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ В ЭКОНОМИКЕ	133
9.1. ЭКСТРЕМУМЫ ФУНКЦИЙ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ	133
1. Экстремум функции и его нахождение	133
2. Достаточное условие экстремума	134
3. Условный экстремум, метод множителей Лагранжа	136
4. Задача оптимизации выбора потребителя	136
5. Характеристика точки спроса	138
Задачи	139
9.2. «ЗОЛОТОЕ ПРАВИЛО» ЭКОНОМИКИ	140
1. «Золотое правило» экономики для одноресурсной фирмы	140
2. «Золотое правило» экономики для многоресурсной фирмы	143
Задачи	145
9.3. МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ В ЭКОНОМИКЕ	146
1. Понятие многокритериальной оптимизационной задачи	146
2. Оптимальность по Парето	147
3. Модель обмена, цены	148
4. Ящик Эджворта	149
Задачи	151
Тема 10. НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ И ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛЫ	152
10.1. НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ И ЕГО СВОЙСТВА	152
1. Дифференцирование и интегрирование — взаимно обратные операции	153
2. Геометрическое понимание интеграла	155
3. Таблица основных интегралов	156
4. Простейшие правила интегрирования	157
5. Интегрирование путем замены переменной	157
6. Интегрирование по частям	158
Задачи	158

10.2. ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ И ЕГО СВОЙСТВА	159
1. Площадь криволинейной трапеции.....	159
2. Определение определенного интеграла.....	160
3. Свойства определенного интеграла.....	161
4. Теорема о среднем значении.....	163
5. Определенный интеграл с переменным верхним пределом.....	163
6. Основная формула интегрального исчисления.....	165
7. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.....	167
Задачи.....	168
10.3. ПРИЛОЖЕНИЯ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА	169
1. Длина кривой, площадь фигуры и объем тела.....	169
2. Механические и физические приложения.....	172
3. Экономические и другие иллюстрации к понятию интеграла.....	172
Задачи.....	176
Тема 11. НЕСОБСТВЕННЫЕ И КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ	178
11.1. НЕСОБСТВЕННЫЕ И КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ	178
1. Определение интегралов с бесконечными пределами.....	178
2. Несобственные интегралы от неограниченных функций.....	180
3. Двойные интегралы, определение.....	180
4. Сведение двойного интеграла к повторному.....	181
5. Тройные интегралы.....	182
Задачи.....	183
Тема 12. ОПРЕДЕЛЕНИЕ И РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИИ	185
12.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ И РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИИ	185
1. Определение дифференциального уравнения.....	185
2. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.....	186
3. Уравнения 1-го порядка, разрешенные относительно производной.....	188
4. Уравнения с разделяющимися переменными.....	188
5. Линейные уравнения 1-го порядка, уравнение Бернулли.....	190
Задачи.....	191
Тема 13. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ 1-ГО И ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ	192
13.1. МОДЕЛИ ЭВАНСА И СОЛОУ	192
1. Модель Эванса.....	192
2. Параметры модели Солоу.....	194
3. Стационарные траектории в модели Солоу.....	196
4. «Золотое правило» экономического роста.....	197
Задачи.....	198
13.2. НЕКОТОРЫЕ ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯХ	198
1. Метод Эйлера приближенного решения дифференциальных уравнений.....	198
2. Теорема существования и единственности решения.....	199
3. Понятие об устойчивости решений дифференциального уравнения.....	200
4. Понятие о дифференциальных уравнениях высших порядков и системах дифференциальных уравнений.....	201
Задача.....	203
Тема 14. ЧИСЛОВЫЕ И СТЕПЕННЫЕ РЯДЫ	204
14.1. ЧИСЛОВЫЕ И СТЕПЕННЫЕ РЯДЫ	204
1. Сумма ряда.....	204
2. Свойства и признаки сходящихся рядов.....	206
3. Признаки сходимости знакопостоянных рядов.....	206
4. Знакопеременные ряды.....	210
5. Степенные ряды.....	211
Задачи.....	212

ЧАСТЬ 3
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В
ЭКОНОМИКЕ

Тема 15. СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ	215
15.1. СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ	215
1. Закономерности детерминистические и стохастические	215
2. Частота и вероятность.....	217
3. Классическая формула подсчета вероятности	218
4. Элементы комбинаторики	220
Задачи	220
15.2. АКСИОМАТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ВЕРОЯТНОСТИ	222
1. Операции над событиями.....	222
2. Аксиоматический подход к вероятности.....	223
3. Условная вероятность. Зависимость и независимость событий	225
Задачи	227
15.3. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ	229
1. Формула полной вероятности	229
2. Формула Байеса	229
3. Формула Бернулли	230
4. Кредитный риск и способы его уменьшения	231
Задачи	233
Тема 16. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ	234
18.1. ДИСКРЕТНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ	234
1. Дискретные случайные величины	234
2. Математическое ожидание μ и его свойства	235
3. Дисперсия и ее свойства.....	237
4. Канонические законы распределения д.с.в.....	238
Задачи	241
16.2. ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ	242
1. Матрицы последствий и рисков.....	242
2. Принятие решений в условиях полной неопределенности	243
3. Принятие решений в условиях частичной неопределенности	244
4. Риск как среднее квадратическое отклонение	245
5. Байесовский подход к принятию решений.....	246
Задачи	247
16.3. НЕПРЕРЫВНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ	248
1. Функция распределения случайной величины	248
2. Свойства функции распределения.....	249
3. Непрерывные случайные величины и их свойства.....	250
4. Математическое ожидание и дисперсия н.с.в.....	252
5. Равномерное распределение	253
6. Показательное распределение	254
Задачи	255
16.4. НАЧАЛЬНАЯ СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ	256
1. Цель начальной статистической обработки информации.....	256
2. Генеральная совокупность μ и выборки из нее	257
3. Характеристики выборки	259
Задачи	263
Тема 17. НОРМАЛЬНЫЙ ЗАКОН. ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ	264
17.1. НОРМАЛЬНЫЙ ЗАКОН, ЗАКОН БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ, ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ	264
1. Нормальный закон и параметры его задания.....	264

2. Закон больших чисел	267
3. Центральная предельная теорема и ее следствия	269
Задачи	270
17.2. ПРИМЕНЕНИЯ ЗАКОНА БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ И ЦЕНТРАЛЬНОЙ ПРЕДЕЛЬНОЙ ТЕОРЕМЫ	271
1. Усреднение влияния независимых факторов	271
2. Понятие о страховании	272
3. Обеспечение репрезентативности выборки	275
Задачи	276
Тема 18. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ	277
18.1. МНОГОМЕРНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ. ФУНКЦИИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН	277
1. Многомерные случайные величины	277
2. Корреляция и независимость с.в.	279
3. Функции случайных величин	280
Задачи	282
18.2. ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ГЕНЕРАЛЬНОЙ СОВОКУПНОСТИ	283
1. Основные задачи математической статистики	283
2. Точечные оценки параметров генеральной совокупности или с.в.	284
3. Метод максимального правдоподобия	286
4. Интервальные оценки	286
Задачи	287
18.3. ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ СЛУЧАЙНЫМИ ВЕЛИЧИНАМИ	288
1. Типы зависимостей между случайными величинами	288
2. Корреляционное отношение	289
3. Линейная однофакторная регрессия	292
Задачи	294
18.4. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗ	294
1. Основной принцип статистической проверки гипотез	294
2. Гипотезы и выборки	295
3. Критерии проверки гипотез	297
4. Наиболее мощный критерий	297
5. Понятие о критериях согласия	299
Задачи	301
Тема 19. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА ФИНАНСОВОГО РЫНКА	302
19.1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ФИНАНСОВОГО РЫНКА И ЕГО СОСТАВЛЯЮЩИХ	302
1. Соглашения о финансовом рынке	302
2. Надежность, рискованность операций и инструментов	303
3. Статистические характеристики ценных бумаг	306
Задачи	307
19.2. ПОРТФЕЛЬ ЦЕННЫХ БУМАГ И ЕГО ХАРАКТЕРИСТИКИ	308
1. Сущность портфельного подхода	308
2. Влияние корреляции разных ценных бумаг	309
3. Оптимальный портфель	311
4. Оптимальный портфель при наличии безрисковых бумаг	312
Задачи	314
19.3. МЕТОД ВЕДУЩИХ ФАКТОРОВ ФИНАНСОВОГО РЫНКА	315
1. Влияние ведущего фактора на составляющие финансового рынка	315
2. Эффективность рынка как ведущий фактор	317
3. Оптимальный портфель на идеальном конкурентном рынке	317

Приложения

Приложение 1. Контрольная работа № 1 [к темам 1—3]	320
Приложение 2. Контрольная работа № 2 (к темам 4—6)	324
Приложение 3. Контрольная работа № 3 (к темам 7—9)	330
Приложение 4. Контрольная работа № 4 (к темам 10—14)	335
Приложение 5. Контрольная работа № 5 (к темам 15,16)	340
Приложение 6. Контрольная работа № 6 (к разделу 16.4, к темам 17—19)	346
Приложение 7. Таблицы значений функции $F(x)$ и X_u	355
Литература.....	357