

# Оглавление

Предисловие .....	8
Глава 1 . Введение в математическую логику .....	10
1.1. Системы счисления .....	10
1.1.1. Системы счисления .....	10
1.1.2. Смешанные системы счисления .....	13
1.1.3. Задача оптимального кодирования .....	14
1.1.4. Системы счисления 2, 8 и 16 .....	16
1.2. Введение в булеву алгебру .....	19
1.2.1. Булевые функции .....	20
1.2.2. Формулы, реализация функций формулами .....	23
1.2.3. Замена переменных и суперпозиция .....	26
1.2.4. Существенные и фиктивные переменные .....	27
1.2.5. Интерпретация булевых функций .....	27
1.2.6. Алгебра Буля .....	32
1.2.7. СДНФ и СКНФ булевых функций .....	34
1.3. Минимизация булевых функций .....	39
1.3.1. Классификация двоичных наборов .....	39
1.3.2. Геометрическая интерпретация .....	40
1.3.3. Карты Карно .....	43
1.3.4. Аналитический метод Куайна .....	46
1.4. Функциональная полнота булевых функций .....	51
1.4.1. Алгебра Жегалкина .....	52
1.4.2. Классы Поста булевых функций .....	55
1.4.3. Теоремы Э.Поста .....	59
1.5. Исчисление высказываний .....	65
1.5.1. Основные понятия .....	65
1.5.2. Задачи исчисления высказываний .....	65
1.5.3. Соотношение с булевой алгеброй .....	66
1.5.4. Содержательный аспект ТИФ .....	67
1.5.5. Формальное введение .....	70
1.6. Метод резолюций в исчислении высказываний .....	89
1.6.1. Правило резолюции .....	89
1.6.2. Метод резолюций .....	90
1.6.3. Полнота метода резолюций .....	94
1-7. Исчисление предикатов .....	98
1.7.1. Понятие предиката .....	99
1-7.2. Операции над предикатами .....	100
1-7.3. Определение кванторов .....	100
1-7.4. Строение исчисления предикатов .....	102
1-7.5. Предикаты свойств .....	104
1-7.6. Исчисление одноместных предикатов .....	105
J-7.7. Техника преобразования формул .....	109
1.7.8. Формализация отношений .....	112

Глава 1. Комбинаторные схемы.....	117
2.1. Правило суммы .....	117
2.2. Правило прямого произведения .....	118
2.3. Размещения с повторениями .....	118
2.4. Размещения без повторений .....	119
2.5. Перестановки .....	119
2.6. Сочетания.....	120
2.7. Сочетания с повторениями .....	121
2.8. Перестановки с повторениями, мульти множества .....	122
2.9. Упорядоченные разбиения множества .....	123
2.10. Неупорядоченные разбиения множества .....	125
2.11. Полиномиальная формула.....	127
2.12. Бином Ньютона .....	127
2.13. Инверсии.....	128
2.14. Обратные перестановки .....	129
 Глава 3. Методы подсчета и оценивания .....	131
3.1. Производящие функции .....	131
3.1.1. Линейные операции .....	133
3.1.2. Сдвиг начала вправо .....	133
3.1.3. Сдвиг начала влево .....	133
3.1.4. Частичные суммы .....	134
3.1.5. Дополнительные частичные суммы .....	134
3.1.6. Изменение масштаба.....	135
3.1.7. Свертка .....	136
3.2. Линейные рекуррентные соотношения.....	141
3.3. Неоднородные рекуррентные соотношения .....	143
3.4. Обобщенное правило произведения .....	146
3.5. Принцип включения и исключения .....	149
3.6. Ладейные многочлены и многочлены попаданий.....	152
3.6.1. Ладейные многочлены .....	153
3.6.2. Многочлены попаданий .....	155
 Глава 4. Генерация комбинаторных объектов.....	160
4.1. Поиск с возвращением .....	160
4.2. Перестановки различных элементов .....	162
4.3. Эффективное порождение перестановок.....	164
4.4. Порождение подмножеств множества .....	168
4.5. Генерация размещений с повторениями.....	171
4.6. Порождение сочетаний .....	172
4.7. Порождение композиций и разбиений.....	175
4.8. Генерация случайных перестановок .....	180
 Глава 5. Представление абстрактных объектов .....	183
5.1. Представление последовательностей .....	183

**ОГЛАВЛЕНИЕ****3**

5.1.1. Смежное представление .....	183
------------------------------------	-----

5.1.2. Характеристические векторы.....	184
5.1.3. Связанное размещение.....	184
5.2. Представление деревьев .....	190
5.2.1. Связанная память .....	190
5.2.2. Смежная память.....	191
5.3. Представление множеств .....	195
 Глава 6. Сортировка и поиск .....	197
6.1. Сортировка вставками .....	198
6.2. Пузырьковая сортировка .....	199
6.3. Сортировка перечислением . . . . .	201
6.4. Сортировка всплытием Флойда.....	201
6.5. Последовательный поиск .....	209
6.6. Логарифмический поиск .....	211
6.7. Сортировка с вычисляемыми адресами.....	213
6.8. Двоичные деревья .....	215
6.8.1. Перечисление корневых двоичных деревьев .....	217
6.8.2. Обход двоичных деревьев .....	218
6.8.3. Двоичные деревья сравнений .....	220
6.8.4. Сбалансированные двоичные деревья .....	229
6.8.5. Балансировка деревьев сравнений .....	232
6.9. Хеширование .....	252
6.9.1. Таблицы с непосредственным доступом .....	252
6.9.2. Перемешанные таблицы .....	253
6.9.3. Выбор хеш-функции .....	254
6.9.4. Разрешение коллизий .....	255
6.9.5. Эффективность перемешанных таблиц .....	256
6.9.6. Свойства группы $G = \{0,1,2,\dots, M - 1\}$ .....	260
6.9.7. Перемешанная таблица текстовых строк .....	261
 Глава 7'. Теория графов. Алгоритмы на графах .....	263
7.1. Основные понятия и определения .....	263
7.2. Представления графов.....	267
7.2.1. Матрица смежности графа .....	267
7.2.2. Матрица инцидентности графа .....	268
7.2.3. Матрица весов графа .....	269
7.2.4. Список ребер графа.....	269
7.2.5. Структура смежности графа .....	269
7.3. Метод поиска в глубину .....	270
7.4. Отношение эквивалентности .....	275
7.5. Связные компоненты .....	277
7.6. Выделение компонент связности .....	279
7-7. Эйлеровы графы .....	282
7-8. Остовные деревья .....	289
7-8.1. Жадный алгоритм .....	290
7.8.2. Алгоритм ближайшего соседа .....	296

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

5

7.9. Кратчайшие пути на графе .....	300
7.10. Потоки в сетях .....	307
7.11. Клики, независимые множества .....	312
7.12. Циклы, фундаментальные множества циклов .....	322
7.13. Листы и блоки .....	326
7.13.1. Листы.....	327
7.13.2. Блоки .....	329
7.13.3. Поиск блоков в глубину .....	331
7.14. Двудольные графы .....	334
7.14.1. Условия существования .....	334
7.14.2. Паросочетания .....	335
7.14.3. Максимальное паросочетание .....	335
7.14.4. Системы различных представителей .....	338
7.14.5. Представители и двудольные графы .....	338
7.14.6. Задача о назначениях.....	339
7.15. Хроматические графы.....	344
7.16. Диаметр, радиус и центры графа .....	351
 Глава 8. Введение в теорию групп. Приложения .....	353
8.1. Определение группы .....	353
8.2. Гомоморфизм групп .....	355
8.3. Смежные классы.....	356
8.4. Циклические подгруппы .....	358
8.5. Строение коммутативных (абелевых) групп .....	360
8.6. Строение некоммутативных групп.....	365
8.7. Симметрическая группа подстановок .....	365
8.8. Действие групп на множестве .....	370
8.9. Цикловой индекс группы .....	374
8.10. Теория перечисления Пойа .....	375
8.11. Цикловая структура групп подстановок .....	382
8.11.1. Группа, действующая на себе.....	382
8.11.2. Циклическая группа .....	382
8.11.3. Симметрическая группа .....	383
 Глава 9. Элементы теории чисел.....	386
9.1. Наибольший общий делитель .....	386
9.2. Наименьшее общее кратное .....	387
9.3. Простые числа .....	387
9.4. Сравнения, свойства сравнений .....	390
9.5. Полная система вычетов .....	391
9.6. Приведенная система вычетов .....	392
9.7. Функция Эйлера .....	393
9.8. Функция Мёбиуса. Формула обращения Мёбиуса.....	396
 Глава 10. Элементы теории кодирования .....	399

10.1. Основные понятия и определения.....	399
---	-----

10.2. Алфавитное кодирование .....	399
10.3. Неравенство Крафта-Макмиллана.....	402
10.4. Кодирование Хаффмена .....	408
10.4.1. Двоичное дерево Хаффмена .....	411
10.4.2. Сложность поиска по дереву Хаффмена .....	414
10.4.3. Оптимальность дерева Хаффмена .....	415
10.4.4. Оптимальный префиксный код Хаффмена .....	418
10.5. Сжатие данных методом Хаффмена .....	420
10.5.1. Кодирование с использованием длин кодов .....	420
10.5.2. Распаковка данных .....	426
10.6. Сжатие данных на основе словаря .....	428
10.6.1. Сжатие LZ методом.....	428
10.6.2. Перемешанный словарь LZ сжатия .....	431
10.6.3. Распаковка LZ методом .....	433
10.6.4. Дерево словаря LZ распаковки .....	434
10.7. Кодирование с исправлением ошибок .....	436
10.7.1. Основные понятия и определения .....	436
10.7.2. Матричное кодирование .....	443
10.7.3. Линейные коды .....	443
10.7.4. Коды Хемминга .....	446
Задачи и упражнения .....	454
Системы счисления .....	454
Введение в математическую логику .....	454
Комбинаторные схемы.....	460
Производящие функции и рекуррентные соотношения.....	470
Теория графов и приложения.....	472
Введение в теорию групп и приложения .....	478
Алгоритмы и графы .....	481
Ответы .....	497
Литература .....	501
Предметный указатель .....	503
Перечень алгоритмов и программ.....	510
Последняя страница .....	512