

Кудрявцев, Л. Д.

Курс математического анализа. В 3 т. Т. 2 : учебник для бакалавров / Л. Д. Кудрявцев. — 6-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2014. — 720 с. — Серия : Бакалавр. Базовый курс.

Оглавление

Предисловие	3
-------------	---

Глава 3

Ряды

§ 30. Числовые ряды	5
30.1. Определение ряда и его сходимость	5
30.2. Свойства сходящихся рядов	9
30.3. Критерий Коши сходимости ряда	11
30.4. Ряды с неотрицательными членами	13
30.5. Признак сравнения для рядов с неотрицательными членами. Метод выделения главной части члена ряда	16
30.6. Признаки Даламбера и Коши для рядов с неотрицательными членами	20
30.7. Интегральный признак сходимости рядов с неотрицательными членами	23
30.8*. Неравенства Гёльдера и Минковского для конечных и бесконечных сумм	25
30.9. Знакопеременные ряды	27
30.10. Абсолютно сходящиеся ряды. Применение абсолютно сходящихся рядов к исследованию сходимости произвольных рядов	30
30. П. Признаки Даламбера и Коши для произвольных числовых рядов	38
30Л2. Сходящиеся ряды, не сходящиеся абсолютно. Теорема Римана	39
30.13. Преобразование Абеля. Признаки сходимости Дирихле и Абеля	43
30.14*. Асимптотическое поведение остатков сходящихся рядов и частичных сумм расходящихся рядов	48
30.15. О суммируемости рядов методом средних арифметических	52
§ 31. Бесконечные произведения	53
31.1. Основные определения. Простейшие свойства бесконечных произведений	53
31.2. Критерий Коши сходимости бесконечных произведений	57
31.3. Бесконечные произведения с действительными множителями	58
31.4. Абсолютно сходящиеся бесконечные произведения	62
31,5*. Дзета-функция Римана и простые числа	65
§ 32. Функциональные последовательности и ряды	67
32,1. Сходимость функциональных последовательностей и рядов	67

32.2.	Равномерная сходимость функциональных последовательностей	71
32.3.	Равномерно сходящиеся функциональные ряды	79
32.4.	Свойства равномерно сходящихся рядов и последовательностей	90
33.	Степенные ряды	100
33.1.	Радиус сходимости и круг сходимости степенного ряда	100
33.2*.	Формула Коши и —Адамара для радиуса сходимости степенного ряда	108
33.3.	Аналитические функции	110
33.4.	Аналитические функции в действительной области	112
33.5.	Разложение функций в степенные ряды. Различные способы записи остаточного члена формулы Тейлора	116
33.6.	Разложение элементарных функций в ряд Тейлора	121
33.7.	Методы разложения функций в степенные ряды	131
33.8.	Формула Стерлинга	138
33.9*.	Формула и ряд Тейлора для векторных функций	141
33.10*.	Асимптотические степенные ряды	143
33.11*.	Свойства асимптотических степенных рядов	149
34*.	Кратные ряды	153
34.1.	Кратные числовые ряды	153
34.2.	Кратные функциональные ряды	162

Глава 4

Дифференциальное исчисление функций многих переменных

35.	Многомерные пространства	165
35.1.	Окрестности точек. Пределы последовательностей точек	165
35.2.	Различные типы множеств	178
35.3.	Компакты	ЮЗ
35.4.	Многомерные векторные пространства	203
36.	Предел и непрерывность функций многих переменных и отображений	210
36.1.	Функции многих переменных	210
36.2.	Отображения. Предел отображений	212
36.3.	Непрерывность отображений в точке	218
36.4.	Свойства пределов отображений	220
36.5.	Повторные пределы	221
36.6.	Предел и непрерывность композиции отображений	223
36.7.	Непрерывные отображения компактов	226
36.8.	Равномерная непрерывность	« • • • 229
36.9.	Непрерывные отображения линейно-связных множеств	233
36.10.	Свойства непрерывных отображений	235

§ 37. Частные производные. Дифференцируемость функций многих переменных	240
37.1. Частные производные и частные дифференциалы	240
37.2. Дифференцируемость функций в точке	244
37.3. Дифференцирование сложной функции	253
37.4. Инвариантность формы первого дифференциала относительно выбора переменных. Правила вычисления дифференциалов	256
37.5. Геометрический смысл частных производных и полного дифференциала	262
37.6. Градиент функции	265
37.7. Производная по направлению	265
37.8. Пример исследования функций двух переменных	271
§ 38. Частные производные и дифференциалы высших порядков	273
38.1. Частные производные высших порядков	273
38.2. Дифференциалы высших порядков	277
§ 39. Формула Тейлора и ряд Тейлора для функций многих переменных	281
39.1. Формула Тейлора для функций многих переменных	281
39.2. Формула конечных приращений для функций многих переменных	291
39.3. Оценка остаточного члена формулы Тейлора во всей области определения функции	292
39.4. Равномерная сходимость по параметру семейства функций	295
39.5. Замечания о рядах Тейлора для функций многих переменных	298
§ 40. Экстремумы функций многих переменных	299
40.1. Необходимые условия экстремума	299
40.2. Достаточные условия строгого экстремума	302
40.3. Замечания об экстремумах на множествах	308
§ 41. неявные функции. отображения	309
41.1. неявные функции, определяемые одним уравнением.. . . .	309
41.2. Произведения множеств	316
41.3. неявные функции, определяемые системой уравнений	317
41.4. Векторные отображения	328
41.5. Линейные отображения	329
41.6. Дифференцируемые отображения	335
41.7. Отображения с неравным нулю якобианом. Принцип сохранения области	344
41.8. неявные функции, определяемые уравнением, в котором нарушаются условия единственности. Особые точки плоских кривых	349
41.9. Замена переменных	360

§ 42. Зависимость функций	363
42.1. Понятие зависимости функций. Необходимое условие зависимости функций	363
42.2. Достаточные условия зависимости функций	365
§ 43. Условный экстремум	371
43.1. Понятие условного экстремума	371
43.2. Метод множителей Лагранжа для нахождения точек условного экстремума	376
43.3*. Геометрическая интерпретация метода Лагранжа	379
43.4*. Стационарные точки функции Лагранжа	381
43.5*. Достаточные условия для точек условного экстремума	388

Глава 5

Интегральное исчисление функций многих переменных

§ 44. Кратные интегралы	393
44.1. Понятие объема в n -мерном пространстве (мера Жордана). Измеримые множества	393
44.2. Множества меры нуль	414
44.3. Определение кратного интеграла	417
44.4. Существование интеграла	424
44.5*. Об интегрируемости разрывных функций	431
44.6. Свойства кратного интеграла	434
44.7*. Критерии интегрируемости функций Римана и Дарбу и их следствия	442
§ 45. Сведение кратного интеграла к повторному	451
45.1. Сведение двойного интеграла к повторному	451
45.2. Обобщение на n -мерный случай	459
45.3*. Обобщенное интегральное неравенство Минковского	462
45.4. Объем « n -мерного шара»	464
45.5. Независимость меры от выбора системы координат	465
45.6*. Формулы Ньютона—Лейбница и Тейлора	466
§ 46. Замена переменных в кратных интегралах	469
46.1. Линейные отображения измеримых множеств	469
46.2. Метрические свойства дифференцируемых отображений	472
46.3. Формула замены переменных в кратном интеграле	482
46.4. Геометрический смысл абсолютной величины якобиана отображения	490
46.5. Криволинейные координаты	491
§ 47. Криволинейные интегралы	494
47.1. Криволинейные интегралы первого рода	494
47.2. Криволинейные интегралы второго рода	498
47.3. Расширение класса допустимых преобразований параметра кривой	• • *

47.4.	Криволинейные интегралы по кусочно-гладким кривым	504
47.5.	Интеграл Стильеса	505
47.6*.	Существование интеграла Стильеса	507
47.7.	Обобщение понятия криволинейного интеграла второго рода	514
47.8.	Формула Грина	519
47.9.	Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов	525
47.10.	Геометрический смысл знака якобиана отображения плоской области	525
47.11.	Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования	529
§ 48.	Несобственные кратные интегралы	539
48.1.	Основные определения	539
48.2.	Несобственные интегралы от неотрицательных функций	542
48.3.	Несобственные интегралы от функций, меняющих знак	546
§ 49.	Некоторые геометрические и физические приложения кратных интегралов	550
49.1.	Вычисление площадей и объемов	550
49.2.	Физические приложения кратных интегралов	551
§ 50.	Элементы теории поверхностей	553
50.1.	Векторные функции нескольких переменных	553
50.2.	Элементарные поверхности	555
50.3.	Эквивалентные элементарные поверхности. Параметрически заданные поверхности	557
50.4.	Поверхности, заданные неявно	567
50.5.	Касательная плоскость и нормаль к поверхности	567
50.6.	Явные представления поверхности	574
50.7.	Первая квадратичная форма поверхности	578
50.8.	Кривые на поверхности, вычисление их длин и углов между ними	580
50.9.	Площадь поверхности	581
50.10.	Ориентация гладкой поверхности	584
50.11.	Склеивание поверхностей	588
50.12.	Ориентируемые и неориентируемые поверхности	592
50.13.	Другой подход к понятию ориентации поверхности	593
50.14.	Кривизна кривых, лежащих на поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности	598
50.15.	Свойства второй квадратичной формы поверхности	601
50.16.	Плоские сечения поверхности	602
50.17.	Нормальные сечения поверхности	605
50.18.	Главные кривизны. Формула Эйлера	607
50.19.	Вычисление главных кривизн	611
50.20.	Классификация точек поверхности	613

§ 51. Поверхностные интегралы	617
51.1. Определение и свойства поверхностных интегралов..	617
51.2. Формула для представления поверхностного интеграла второго рода в виде двойного интеграла	621
51.3. Поверхностные интегралы как пределы интегральных сумм	623
51.4. Поверхностные интегралы по кусочно-гладким поверхностям	626
51.5. Обобщение понятия поверхностного интеграла второго рода	626
§ 52. Скалярные и векторные поля	631
52.1. Определения	631
52.2. Об инвариантности понятий градиента, дивергенции и вихря	637
52.3. Формула Гаусса—Остроградского. Геометрическое определение дивергенции	640
52.4. Формула Стокса. Геометрическое определение вихря..	647
52.5. Соленоидальные векторные поля	653
52.6. Потенциальные векторные поля	655
§ 53. Собственные интегралы, зависящие от параметра	663
53.1. Определение интегралов, зависящих от параметра; их непрерывность и интегрируемость по параметру	663
53.2. Дифференцирование интегралов, зависящих от параметра	665
§ 54. Несобственные интегралы, зависящие от параметра	668
54.1. Основные определения. Равномерная сходимость интегралов, зависящих от параметра	668
54.2*. Признак равномерной сходимости интегралов	674
54.3. Свойства несобственных интегралов, зависящих от параметра	676
54.4. Применение теории интегралов, зависящих от параметра, к вычислению определенных интегралов	682
54.5. Эйлеровы интегралы	686
54.6. Комплекснозначные функции действительного аргумента	691
54.7*. Асимптотическое поведение гамма-функции	694
54.8*. Асимптотические ряды	698
54.9*. Асимптотическое разложение неполной гамма-функции	702
54.10. Замечания о кратных интегралах, зависящих от параметра	704
<i>Предметно-именной указатель</i>	706
<i>Указатель основных обозначений</i>	713